

# Spielen im Mathematikunterricht

## Wie Game-based Learning das Lernen bereichern kann

Elena Huber & Johannes Grabher

*Spielerisches Lernen kann Spaß am Mathematiklernen merklich erhöhen. In diesem Artikel stellen wir zwei design-basierte Forschungsprojekte vor, die durch den Einsatz von Spielelementen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe dieses Ziel erreichen. Nach einem kurzen theoretischen Überblick zu Game-based Learning und Gamification im Unterricht werden aufbauend auf fachlichen und fachdidaktischen Überlegungen das Design (1) eines analogen Krimidinnerers als Rollenspiel zur mathematikhistorischen Problemstellung der Winkeldreiteilung und (2) eines digitalen Lernpfades zur Höhenbestimmung mit dem Försterdreieck beschrieben. Aus den Ergebnissen der Studien werden zentrale Design-Prinzipien abgeleitet, die für die Erstellung weiterer derartiger Lerndesigns herangezogen werden können. Unsere Untersuchungen haben gezeigt, dass die exemplarischen Lernspielgelegenheiten einen gewinnbringenden Beitrag zur Förderung von Motivation und Spaß im Fach Mathematik leisten können.*

**Schlagwörter:** Game-based Learning, Gamification, Design-Based Research

### Einleitung

Milliarden von Menschen besitzen ein Smartphone und haben dadurch Zugang zu einer Vielzahl an Spieleplattformen. Digitale Spiele gewinnen immer mehr an Popularität und sind Teil der Freizeitbeschäftigung und Unterhaltung. Obwohl viele Menschen regelmäßig spielen, erkennen oft nur wenige die mit dem Spielen verbundenen Lernprozesse. Das Lernpotenzial von (digitalen) Spielen kann auch für formelle Bildungsziele genutzt werden (Le et al., 2013). Werden die Vorteile von Spielen beziehungsweise Spieltechnologien genutzt, können motivierende, unterhaltsame und interaktive Lernumgebungen für Schüler\*innen geschaffen werden. Da die Freizeitgestaltung von Lernenden gegenwärtig vielfach auf Unterhaltung ausgerichtet ist, erscheint dieser Ansatz als sehr vielversprechend, um Moti-

vation und Aktivität der Kinder zu steigern (Tang et al., 2009).

Wichtige Aspekte für Lernprozesse und das Erreichen von Lernzielen sind eine motivationale und emotionale Bereitschaft, sich mit einem Lerngegenstand zu befassen (Schukajlow et al., 2023). Es zeigt sich, dass Motivation einerseits zu besseren fachbezogenen Lernergebnissen führt, andererseits auch selbst ein Lernergebnis des Mathematikunterrichts sein kann. Ebenso stellen positive Emotionen einen verstärkenden Effekt für mathematisches Lernen dar, genauso wie erfolgreiches beziehungsweise als erfolgreich empfundenes mathematisches Lernen ein selbstverstärkendes Ergebnis des Fachunterrichts sein kann. Emotion und Motivation haben in den vergangenen Dekaden eine steigende Aufmerksamkeit in der Mathematikdidaktik erhalten.

Aufbauend auf diesen Theorien stellen wir im Folgenden zwei design-basierte Forschungsprojekte (Bakker, 2018) vor, die Spaß und Motivation im Fach Mathematik fördern können. Im Allgemeinen geht es bei Designforschung um die Frage, wie Bildung sein könnte beziehungsweise sein sollte. Die Aufgabenbereiche von Designforscher\*innen sind vielfältig. Sie versuchen Probleme zu lösen, das Potenzial neuer Technologien für das Lernen und Lehren aufzuzeigen und sie betonen auch die Notwendigkeit Lernende mit essentiellen Fähigkeiten für die Zukunft auszustatten (Bakker, 2018). Mit diesem Artikel fokussieren wir auf die Umsetzung der dementsprechend erstellten Lerndesigns und die daraus abgeleiteten Erkenntnisse.

### Game-based Learning und Gamification

Der Begriff *Game-based Learning* stammt aus dem angloamerikanischen Raum. Die Kernidee dieser Art des Lernens ist die Verbindung zwischen dem Nützlichen und dem Angenehmen. Mittels angenehmer spielerischer Aufbereitung sollen Lernenden nützliche Kompetenzen, Fähig-

Huber, E. & Grabher, J. (2023). Spielen im Mathematikunterricht. Wie Game-based Learning das Lernen bereichern kann. F&E Edition, 29, 76-86.

keiten sowie Einstellungen vermittelt werden. Der Fokus bei der Nutzung von Spielen liegt immer auf dem Lernkontext. Wichtig ist, dass das Einbeziehen von digitalen Spielen Lernprozesse fördert und unterstützt. Um zu betonen, dass der Fokus meist auf digitalen Spielen liegt, wird vermehrt von *Digital Game-based Learning (DGBL)* gesprochen (Becker, 2021; Le et al., 2013; Wechselberger, 2009). Für den Begriff *Gamification* finden sich in der Literatur unterschiedliche Definitionen, welche sich oft überschneiden und von Kiryakova et al. (2014) wie folgt zusammengefasst werden: „Gamification is an integration of game elements and game thinking in activities that are not games.“ (S. 1) Das bedeutet, dass das Lernen durch Spielelemente angereichert wird, der Lernprozess an sich aber kein Spiel ist. Spielerische Komponenten werden aktuell bereits vielfach in schulischen Kontexten, aber beispielsweise auch bei Unternehmen eingesetzt, die das Ziel verfolgen, die Markenassoziation und -treue durch Belohnungssysteme, Punkte oder andere anreizbasierte Techniken zu erhöhen (Becker, 2021; Kiryakova et al., 2014). In der Literatur lassen sich folgende charakteristische Merkmale für Gamification finden, welche in Tabelle 1 zusammengefasst sind:

Tabelle 1: Merkmale der Gamification nach Kiryakova et al. (2014, S. 1)

Gamification Merkmale nach Kiryakova et al. (2014)	
Nutzer*innen	Nutzer*innen sind Teilnehmer*innen, wie Mitarbeiter*innen, Student*innen etc.
Herausforderungen/Aufgaben	Nutzer*innen erfüllen Aufgaben mit einem bestimmten Ziel
Punkte	Beim Ausführen von Aufgaben werden Punkte gesammelt
Stufen	Nutzer*innen durchlaufen unterschiedliche Stufen
Abzeichen	Als Belohnung erhalten die Nutzer*innen Abzeichen
Einstufung der Nutzer*innen	Nutzer*innen werden aufgrund der Leistung eingestuft

Gamification zeichnet sich dadurch aus, dass Lernende als Nutzer\*innen an verschiedene Aufgaben herangeführt werden. Dabei kann als Belohnungssystem zum einen eine Form der Punktevergabe, zum anderen eine Form von Auszeichnungsgraden angewandt werden. Die Nutzer\*innen werden dabei mit unterschiedlichen Stufen konfrontiert und anhand ihrer persön-

lichen Leistung auf einer Leistungshierarchie eingestuft (Kiryakova et al., 2014).

Zusammenfassend zeigt sich, dass Game-based Learning und Gamification Lernsettings sind, deren vorrangige Intention zunächst nicht war, Spiele oder Spielelemente in den Lernprozess zu integrieren, dieser aber mit ebendiesem angereichert wurde. Game-based Learning zeichnet sich dadurch aus, dass ein vollumfassendes Spiel vorliegt, während Gamification nur einzelne Spielelemente integriert. In beiden Fällen soll dadurch die Motivation der Lernenden erhöht werden. Im Idealfall verstärken die im Spiel oder im Spielelement erreichbaren Ziele die intrinsische Motivation der Lernenden insofern, als dass sie von sich aus diese Ziele erreichen wollen, und überlagern so das extern vorgegebene Lernziel. Intrinsische Motivation beeinflusst die Nachhaltigkeit des Lernens positiv und wesentlich stärker als extrinsische (Schukajlow et al., 2023).

### Mit einem Krimidinner auf den Spuren der Winkeldreiteilung

Um eine spielerische und unterhaltsame Möglichkeit, Mathematikgeschichte zu erleben und zu lernen, in den Unterricht integrieren zu können, wurde vor dem Hintergrund der anfangs vorgestellten Erkenntnisse ein Krimidinner – also ein Rollenspiel mit mathematischem und historischem Inhalt – für den Sekundarstufenunterricht generiert. Als gewählter Lerngegenstand wurde das klassische Problem der Winkeldreiteilung gewählt. Forschungsleitende Fragestellung der Studie ist, inwieweit historisch-mathematisches Lernen motivationsförderlich in einem Lerndesign eines Krimidinner umgesetzt werden kann und welche Lernprozesse sich dabei bei Lernenden beobachten lassen.

#### Zentrale fachliche Aspekte

Mit dem Begriff *Winkeldreiteilung* ist die Fragestellung gemeint, ob und wie ein beliebiger Winkel in drei kongruente Winkel mittels Zirkel und Lineal geteilt werden kann (Brückler, 2017). Die Winkeldreiteilung bildet eines der drei klassischen Probleme der Geometrie im antiken Griechenland während der athenischen Periode.

Neben dem Problem der Würfelverdoppelung und der Quadratur des Kreises ist es scheinbar das am wenigsten diskutierte der damaligen Zeit gewesen. Erst im 19. Jahrhundert stellte sich endgültig heraus, dass eine derartige Konstruktion mit Zirkel und Lineal allein nicht zu bewerkstelligen ist. Gleichwohl lieferten mehrere antike Mathematiker Beiträge zu Näherungs- und Neusis-Konstruktionen, so zum Beispiel Hippokrates von Chios und Hippias von Elis.

Im vorgestellten Lerndesign werden sechs Persönlichkeiten der griechischen Mathematik näher behandelt: Hippokrates von Chios, Platon, Archytas von Tarent, Hippias von Elis, Anaxagoras aus Klazomenai und Hypatia von Alexandria. Die ersten fünf Männer wurden hierfür ausgewählt, da sie aus der athenischen Periode stammen, in welcher das Problem der Winkeldreiteilung große Aufmerksamkeit erhielt (Brückler, 2017). Die letzte Figur, Hypatia von Alexandria, ist nicht dieser Zeit zuzuordnen, wurde aber gewählt, um auch eine weibliche Persönlichkeit der antiken Mathematik vertreten zu haben. Die Biographien dieser Persönlichkeiten sollen an dieser Stelle nicht weiter erläutert werden, stattdessen sei auf einschlägige mathematikhistorische Literatur verwiesen (z.B. Brückler, 2017). Gemeinsam ist allen Persönlichkeiten, dass sie mehr oder weniger deutliche Berührungspunkte mit den klassischen Problemen der griechischen Mathematik aufweisen, weswegen sie hier einbezogen wurden.

### **(Fach)didaktische Überlegungen**

Das Krimidinner im Kontext schulischen Lernens kann naheliegenderweise in der Unterrichtsmethode des Rollenspiels eingeordnet werden. Laut Stuckenhoff (1978) tragen Rollenspiele zur Entwicklung von Empathie, Problembewusstsein und gerade im Alter der Sekundarstufe thematischem und in weiterer Folge sogar politischem Weitblick bei. Rollenspiele ermöglichen laut ihm ein besonders intensives Erfahren der behandelten Inhalte. Rollenspiele im Mathematikunterricht bieten die Möglichkeit, Situationen menschlicher Interaktion nachzustellen und so ungewohnte Zugänge zur Mathematik herzustellen (Tzanakis et al., 2000). Das Wiederbeleben „alter“ Debatten der Wissenschaft kann Lernenden dabei helfen, ihre Vorstellungen darüber zu formulieren und reflektieren.

Vollrath und Roth (2012) bezeichnen im Kontext problemorientierten Lernens das Problem der Winkeldreiteilung wörtlich als „nicht sehr beeindruckend“ (S. 63), bezogen auf die Erkenntnis, dass die Konstruktion allein mit Zirkel und Lineal nicht durchführbar ist. Jedoch streichen sie hervor, dass das Problem die Einsicht hervorbringen kann, dass die jahrhundertelange Beschäftigung mit dieser Frage bedeutsame Erkenntnisse in der Wissenschaft ermöglichte, da es für zahlreiche Mathematikbetreibende quasi ein Faszinosum war. Weigand et al. (2018) heben bezogen auf den Kompetenzerwerb im Rahmen des Geometrieunterrichts hervor, dass mit *Zirkel-und-Lineal-Konstruktionen* neben kreativen und praktischen Fähigkeiten sowie Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten einerseits Begriffe fassbar gemacht und andererseits Kenntnisse vermittelt werden können. Die Winkeldreiteilung eignet sich somit auch exemplarisch, die Grenzen einer Geometrie, die sich auf wenige Techniken (in diesem Fall Zirkel und Lineal) beschränkt, zu verdeutlichen und eröffnet den Weg zu einer Erweiterung des Anwendungsrepertoires in der Beschäftigung mit einer solchen Fragestellung. Eine Alternative zu den bedeutenden Werkzeugen Zirkel und Lineal bildet das Falten, was im Krimidinner spielerisch eingebaut wurde. Alle Konstruktionen, die durch jene Werkzeuge hervorgehen, können auch durch Faltung entstehen. Das Falten von Papier ist in der Lebenswelt von Schüler\*innen bereits früh bekannt und bietet daher Anschlussmöglichkeiten für Faltprobleme in Bezug auf die Geometrie des Mathematikunterrichts.

Das Lerndesign berücksichtigte in der Erstellung zentrale Elemente sinnstiftender (*meaningful*) Gamification nach Nicholson (2015), was er mit dem Akronym RECIPE beschreibt (siehe Tabelle 2). Hierbei betont er insbesondere die Freiheit von Lernenden, sich im Lernsetting einzubringen.

Nicholson fordert vom Aspekt *Reflection*, dass die gemachten Erfahrungen, beispielsweise von Spaß, den Lerneffekt nicht überlagern, sondern verstärken sollen. Im Sinne der *Exposition* sollen Lernende in mehreren Phasen Informationen beziehungsweise Geschichten erhalten, was in fachlicher Hinsicht naheliegenderweise auch eng mit

Tabelle 2: RECIPE für sinnstiftende Gamification nach Nicholson (2015, S. 5)

<b>Reflection</b>	Interesse wecken
	Erfahrungen ermöglichen
<b>Exposition</b>	fassbare Geschichte vermitteln
	eigene Geschichten erzählen lassen
<b>Choice</b>	Freiheit der Teilnehmenden
	Entscheidungsmöglichkeiten
<b>Information</b>	Vermittlung von Fachinhalten
	Verknüpfung mit Spielelementen
<b>Play</b>	Freiheit, zu experimentieren
	Freiheit, Fehler zu machen
<b>Engagement</b>	Zusammenarbeit ermöglichen
	"Entdeckergeist"

dem eigenen Punkt *Information* zusammenhängt. Der Aspekt *Choice* bezieht sich auf ein Spielsetting, das den Beteiligten Entscheidungsspielraum lässt. In Bezug auf den Punkt *Play* soll ein Raum geschaffen werden, der spielerisches Ausleben bestimmter Vorgaben und Informationen zulässt. Unter *Engagement* ist das voneinander abhängige Einbringen aller Beteiligten zu verstehen.

### Erstellung des Lerndesigns

Das Lerndesign wurde im Jahr 2022 entworfen und erprobt. Abbildung 1 zeigt, welchem Ablauf der Designprozess folgte. Im Rahmen des Schreibens der Bachelorarbeit wurde das Krimidinner auf Basis von fachdidaktischer und pädagogischer Literatur aufgebaut. Wegen der durch die Coronapandemie entstandenen Schwierigkeiten, als externe Person an österreichischen

Schulen ein solches Lerndesign durchzuführen, erklärten sich zwei Jugendgruppen der außerschulischen Jugendarbeit bereit, das Krimidinner durchzuführen. Die Ergebnisse dieses Prozesses werden im nächsten Abschnitt komprimiert zusammengefasst.

### Crime Scene Olympia – Beschreibung des Krimidinner

Auf der Prämisse aufbauend, dass sich bedeutende antike Persönlichkeiten zum Austausch in Olympia trafen, beschäftigt sich die Handlung des Lerndesigns mit einem in Olympia organisierten Symposium: Dabei handelt es sich um eine antike Form eines Gastmahls, das sich – abhängig von der erscheinenden Gästeriege – mit theologischen, wissenschaftlichen und philosophischen Themen befasste (Felber et al., 2006). Im Fall des Lerndesigns versammeln sich in der Handlung also Mathematiker der athenischen Periode und Hypatia von Alexandria in Olympia bei einem Symposium, um dort in einem geistigen Wettstreit eine wissenschaftliche Frage, nämlich jener der Winkeldreiteilung, zu diskutieren.

Bei einem Krimidinner handelt es sich grundsätzlich um ein fiktives Rollenspiel, in welchem die Teilnehmenden mit einem kürzlich begangenen Mord konfrontiert werden und diesen gemeinsam lösen sollen. Dabei erhalten die Figuren gleichzeitig eigene, persönliche Interessen, die dem übergeordneten Ziel im Weg stehen können und so den Spielverlauf mit Spannung bereichern. Eine der teilnehmenden Personen übernimmt die Rolle des Täters beziehungsweise der Täterin und hat das eigennützige Ziel, nicht als solche\*r erkannt zu werden. Das Krimidinner besteht aus mehreren Runden, bei welchen die Teilnehmenden jeweils mit neuen Informationen (und Aufgaben)

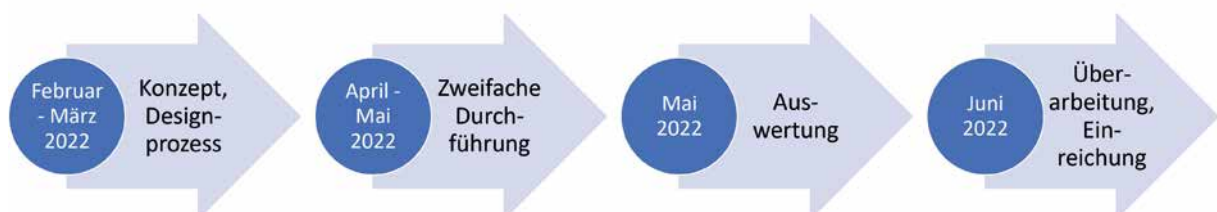


Abbildung 1: Zeitplan Krimidinner (Eigene Darstellung)

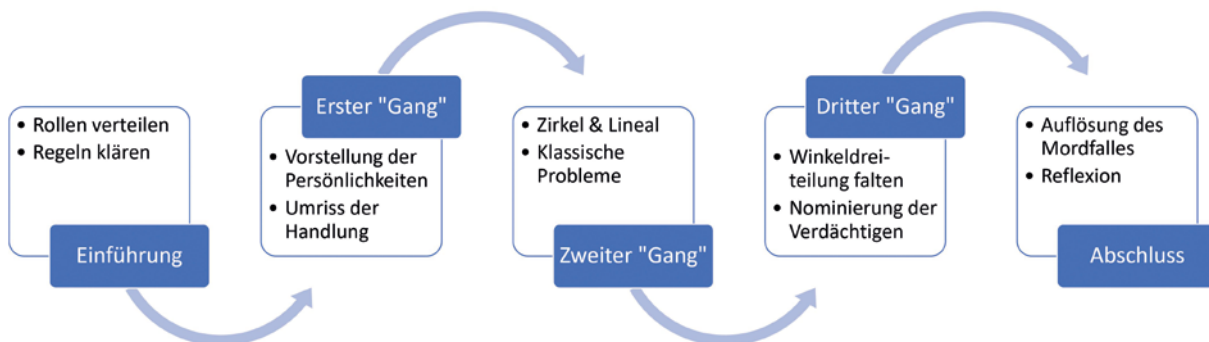


Abbildung 2: Aufbau Krimidinner (Eigene Darstellung)

konfrontiert werden. In der konkreten Handlung dieses Krimidinner hat ein mysteriöser Gastgeber die antiken Mathematiker und die antike Mathematikerin in Olympia zu einem geistigen Wettstreit versammelt, wird aber am Abend tot aufgefunden – nun werden alle geladenen Persönlichkeiten verdächtigt und mit den nach und nach zu findenden Informationen soll der oder die Schuldige gefunden werden.

Das Lerndesign nimmt für die Durchführung ca. 100 Minuten – also etwa zwei Unterrichtseinheiten – an Zeit in Anspruch. Der Ablauf wird in Abbildung 2 skizziert. Es beginnt mit einer Einführungsphase, die die Rollenverteilung und Regelfestlegung beinhaltet. Es folgen drei Erarbeitungsphasen (aus kulinarischer Sicht: Gänge), bei welchen im ersten Teil die historischen Persönlichkeiten vorgestellt werden sollen, im zweiten Teil die drei klassischen Probleme erörtert und im dritten Teil die Winkeldreiteilung mittels Origami-Faltung und der Mordfall mittels Zusammentragens aller gesammelter Informationen gelöst werden sollen. Am Ende stellt sich heraus, dass der ermordete Gastgeber eine Lösung für das Problem durch Faltung gefunden hatte, er aber zum Schweigen gebracht wurde – im Idealfall finden die Lernenden heraus, von welcher historischen Persönlichkeit dieser fiktive Mord begangen wurde. Hinweise darauf ergeben sich aus den Informationen, welche die Lernenden über die Persönlichkeiten erfahren (beispielsweise gibt sich Platon als militanter Verfechter der Beschränkung auf Zirkel und Lineal und wirkt so im Laufe des Rollenspiels immer mehr so, als wäre er bereit, einen Mord zu begehen, weil der

Gastgeber das Falten als neue Methode einführt) sowie aus Alibis, die die Persönlichkeiten in der Handlung sammeln (so kommt es immer wieder vor, dass einzelne Figuren von niemandem beobachtet werden konnten oder ein Streit mit dem Gastgeber geschieht, was Verdacht erregen kann).

Bei der Durchführung erwiesen sich insbesondere Lernziele mit Fokus auf das historische Lernen (z.B. Persönlichkeiten kennen, fiktive von gesicherten Informationen unterscheiden) sowie auf die Grundlagen der drei klassischen Probleme als gut erreichbar (insbesondere die Faltkonstruktionen). Im Zusammenhang mit der zentralen Methodik des Lerndesigns an sich, dem Rollenspiel, ließ sich beobachten, dass es den Lernenden Freude bereitete und ihre Motivation förderte: Beispielsweise wurde „die Kombination Spiel, Spaß, Spannung mit ‚trockener‘ Mathematik“ in einem Reflexionsbogen gelobt. Es ist außerdem auffallend, dass mehrere Lernende eine starke Identifikation mit ihrer zugewiesenen Rolle aufbauten, was sich an Ich-Formen, die in der Reflexion nach wie vor auf die Rolle selbst bezogen sind, zeigte.

#### Abgeleitete Design-Prinzipien

Aufbauend auf diesen Betrachtungen gelangen wir zu insgesamt drei zentralen Design-Prinzipien, die hier in einer stark reduzierten Form kumuliert werden:

Design-Prinzip 1: Soll ein mathemathikhistorisches Rollenspiel designt werden, so sollten Rollen auf Basis historischer Persönlichkeiten verge-



ben werden. Die Behandlung von Mathematikgeschichte „vermenschlicht“ das Fach und macht es für Lernende nahbarer (Otero, 2015). Das geschichtsdidaktische Prinzip der Personalisierung und der Personengeschichte schafft Identifikationsmöglichkeiten (Rohlfes, 1999), die durch die Anwendung von Rollenspielen historische Entwicklungen umso mehr erfahrbar machen und mathematisch-historisches Lernen verstärken (Tzanakis et al., 2000).

Design-Prinzip 2: Soll mathematikhistorisches Wissen in Rollenspielen vermittelt werden, so sollte durch die Vergabe von unterschiedlichen Anliegen, Ansichten und vorgegebenen Fragen eine umfassende Behandlung entsprechender Themen ermöglicht werden. Historische Herangehensweisen und multiperspektivische Betrachtungen ermöglichen eine umfassendere Behandlung mathematischer Fragestellungen, die nicht von Auflagen o.ä. eingeschränkt ist (Otero, 2015).

Design-Prinzip 3: Soll in einem Lerndesign ein klassisches Problem der griechischen Antike behandelt werden, ist die Verwendung von einem Werkzeug jenseits von Zirkel und Lineal, dem Falten, unterstützend. Lernende kennen Zirkel und Lineal früh als Werkzeuge der Geometrie und erfahren durch die Behandlung der klassischen Probleme deren Grenzen (Weigand et al., 2018). Papierfalten ermöglicht eine leicht zugängliche Erweiterung des methodischen Repertoires (Flachsmeyer, 2009).

### Zusammenfassung

Das hier vorgestellte Krimidinner steht in der Anwendung im Schulunterricht vor einem Hindernis: der untergeordneten Rolle der Mathematikgeschichte im Unterricht. Konkret ist damit der Umstand gemeint, dass der österreichische Lehrplan nur in kleinem Umfang eine Auseinandersetzung mit Mathematikgeschichte fordert und diese auch nicht verpflichtend ist (Fasanelli et al., 2000). Die vage gehaltene Forderung des österreichischen Lehrplans stellt aber gleichzeitig auch eine Chance zur flexiblen Umsetzung dar: Das *Krimidinner* kann somit grundsätzlich in der gesamten Sekundarstufe angewandt werden. Eine Anknüpfung an die Beschäftigung mit Winkeln

ist sicherlich sinnvoll. Für die praktische Umsetzung eines solchen mathematikhistorischen Krimidinner zeigt sich, dass Personengeschichte, Historische Genese, mathematische Werkzeugrepertoireerweiterung und Multiperspektivität entscheidende Leitprinzipien für die Gestaltung dieser Unterrichtsmethode bilden. In summa zeigt sich, dass mathematisches und historisches Lernen im Rahmen eines Krimidinner zweifellos gewinnbringend umgesetzt werden kann, sofern zentrale Design- und Gestaltungsprinzipien zur Lernförderung beachtet werden. Ein Beitrag zu „Spaß an der Mathematik“ ist damit zweifelsohne möglich.

### Ein Lernspiel zur Höhenbestimmung mit dem Försterdreieck

Aktuelle Studienergebnisse, wie beispielsweise die der JIM-Studie, zeigen, dass digitale Spiele einen festen Platz im Medienalltag von Jugendlichen haben. Die JIM-Studie untersucht seit mehr als zwei Jahrzehnten den Medienalltag von Jugendlichen. Durch das vermehrte Interesse an der digitalen Spielewelt erscheint es sinnvoll, Bildung mit Hilfe digitaler Spiele attraktiver für Schüler\*innen zu gestalten (Feierabend et al., 2021).

Basierend auf diesen Erkenntnissen, entsprechender Literatur zu Game-based Learning und fachdidaktischen Werken zur Geometrie (z.B. Weigand et al., 2018) wurde im ersten Schritt des vorgestellten Forschungsprojekts ein digitaler Lernpfad ausgearbeitet und mit Schüler\*innen erprobt, sodass dieser in ein digitales Lernspiel weiterentwickelt werden kann. Mittels Design-Based Research wird einerseits untersucht, wie die digitale Aufbereitung des Lehrmaterials Schüler\*innen beim Erwerb von Kompetenzen zum zweiten Strahlensatz unterstützen kann. Andererseits werden mit Hilfe der Ergebnisse der Implementierung die Lernprozesse der Kinder untersucht und Designprinzipien abgeleitet.

### Zentrale fachliche Aspekte

Der entworfene Lernpfad beziehungsweise das digitale Lernspiel wurde im Sinne der MINKT-Bildung aufbereitet. Dementsprechend werden

nicht nur mathematische Kompetenzen abgedeckt, sondern auch Thematiken aus den Bereichen der Informatik, der Naturwissenschaft, der Kunst und der Technik. Die MINKT-Bildung ist im Englischen bekannt als STEAM-Bildung. Analog werden die Fächer Science, Technology, Engineering, Arts und Mathematics thematisiert (Yakman, 2010). Wichtig war uns dabei, dass die Hintergrundgeschichte des Lernpfads trotz der diversen Fächerbezüge sinnvoll und verständlich für die Lernenden ist.

Der thematische mathematische Fokus liegt auf dem zweiten Strahlensatz. Mit Hilfe eines selbstgebastelten Försterdreiecks sollen die Kinder die Höhe eines Baumes bestimmen. Die Strahlensätze werden der Ähnlichkeitsgeometrie zugeordnet. Diese beschäftigt sich mit der Erkundung von Eigenschaften von Figuren, die in den vorhandenen Winkeln sowie einander entsprechenden Längenverhältnissen übereinstimmen (Weigand et al., 2018). Der zweite Strahlensatz besagt, dass sich die Abschnitte auf den Parallelen so zueinander verhalten, wie die von S aus gemessenen entsprechenden Abschnitte auf einem Strahl (siehe Abbildung 3) (Heckmann & Padberg, 2012).

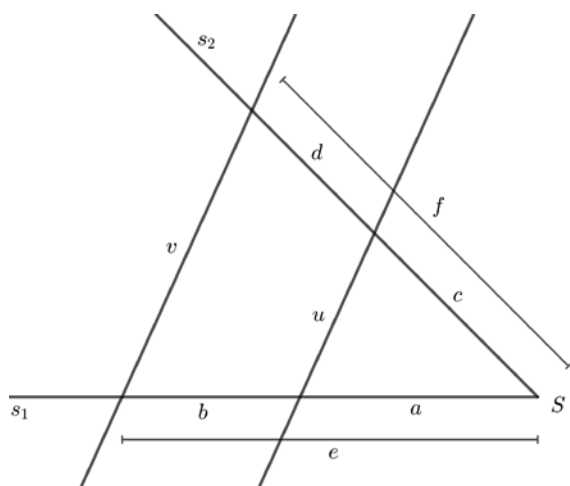


Abbildung 3: Veranschaulichung der Strahlensätze (Eigene Darstellung)

Das Försterdreieck ist ein bekanntes Beispiel für die Anwendung der Strahlensätze. Es ist ein einfaches Hilfsmittel, welches für die Höhenbestimmung von senkrecht stehenden Objekten verwendet werden kann. Bei dem Försterdreieck handelt es sich um ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck. Dies bedeutet, dass die beiden Katheten gleich lang sind und einen rechten Winkel einschließen (Weigand et al., 2018). Um mit Hilfe eines Försterdreiecks beispielsweise die Höhe eines Baumes bestimmen zu können, muss das Försterdreieck auf Augenhöhe so gehalten werden, dass die untere Kathete parallel zum Boden verläuft und die Spitze des Dreiecks die Spitze des Baumes anpeilt. Basierend auf den Erkenntnissen des zweiten Strahlensatzes kann die Höhe anschließend bestimmt werden, indem der Abstand zwischen der Person und dem Baum zur Augenhöhe der Person addiert wird. Die Summe ergibt die Höhe des Baumes.

#### (Fach)didaktische Überlegungen

Unter einem digitalen *Lernpfad* verstehen Roth und Wiesner (2014) eine „internetbasierte Lernumgebung, die mit einer Sequenz von aufeinander abgestimmten Arbeitsaufträgen strukturierte Pfade durch interaktive Materialien“ (S. 1003) anbietet. Bei diesen Lernumgebungen können Kinder eigenverantwortlich, handlungsorientiert und selbsttätig auf ein Ziel hinarbeiten (Roth & Wiesner, 2014). *Lernspiele* (englisch *Educational Games*) sind eine eigene Spielekategorie. Ihr Schwerpunkt liegt auf der Bildung und dem Lernen. Mit dem Ziel, bestimmte (Lern-)ziele zu erreichen, sind Spiele dieser Art so konzipiert, dass sowohl neue Konzepte gelehrt als auch erlernte Inhalte vertieft werden können. Zu den einfachsten Lernspielen zählen Textaufgaben, Lückentexte oder Multiple Choice (Feil & Scattergood, 2005; Pedersen, 2003). Dennoch sind alle Lernspiele Aktivitäten, deren Ablauf, Inhalt und Struktur in pädagogischer Absicht und auf der Basis didaktischer Prinzipien gestaltet sind. Zugleich enthalten sie wesentlichen Charakteristika von Spielen (Meier & Seufert, 2003).

Die App *Almajuris Welt* von *Artfabrik* (2022) bildet ein anschauliches Beispiel für ein digitales Lernspiel für Kinder. Sie konzentriert sich auf

die übersichtliche und spielerische Vermittlung von naturwissenschaftlichen Kenntnissen und findet sowohl im Unterricht als auch in der Freizeit Verwendung. Unser ausgearbeiteter digitaler Lernpfad soll nicht nur in weiterer Folge in ein digitales Lernspiel umgewandelt werden, sondern auch an die Spielidee von Almajuri anknüpfen und dieses erweitern.

Die geplante Erarbeitung der Strahlensätze und der somit verbundene Kompetenzzuwachs konzentrieren sich auf die beiden Leitideen *Messen* sowie *Raum und Form*. Diese bilden die theoretische Fundierung der Lernziele. *Messen* ist ein Grundprinzip im Bereich der Größen. Wird einer Größe eine Maßzahl zugeordnet, können unter anderem Berechnungen und Größenvergleiche durchgeführt werden. Dazu zählen beispielsweise Flächeninhalts- und Umfangsberechnungen, Volumen- und Oberflächenberechnungen sowie Berechnungen von Streckenlängen und Winkelgrößen. Das Erkennen, Darstellen und Konstruieren von geometrischen Objekten und Strukturen wird der Leitidee *Raum und Form* zugeordnet. Neben der sachgerechten Verwendung von Hilfsmitteln beim Zeichnen und Konstruieren, wie Zirkel oder Geo-Dreieck, sollen Schüler\*innen auch mathematische Eigenschaften und Beziehungen behandeln. Dazu zählen Ähnlichkeit, Kongruenz, Lagebeziehungen und Symmetrien (Heckmann & Padberg, 2012).

#### Erstellung und Erprobung des Lernpfads

Der digitale Lernpfad wurde im Zuge der Masterarbeit Anfang des Jahres 2023 entworfen und Anfang April 2023 erstmals getestet. Für die erste Umsetzungsphase wurde der mathematische Teil mit fünf Schüler\*innen erprobt.

Bereits bei der Erstellung des Lernpfads haben wir darauf geachtet, typische Spielelemente und Spielmerkmale aus der Literatur einzubauen. Dazu zählen beispielsweise Regeln, welche eine Struktur vorgeben, eine fundierte Hintergrundgeschichte, ansprechende Spielfiguren, ein hohes Maß an Aktivität der Spieler\*innen etc. (Abt, 1987; Meier & Seufert, 2003; Tekinbas & Zimmerman, 2003). Abbildung 4 zeigt den zeitlichen Ablauf der Erstellung und Erprobung des Lernpfads.

#### Beschreibung und Ergebnisse des Lernpfads

Der digitale Lernpfad wurde mit Hilfe der App *Actionbound* erstellt. Diese ermöglicht eine übersichtliche Aufbereitung von diversen Lehrinhalten im Browser. Lernende können anschließend über das Smartphone oder ein Tablet auf den digitalen Lernpfad zugreifen. Die Hintergrundgeschichte des erarbeiteten Lernpfads konzentriert sich auf einen Waldhüter und einen Wissenschaftler, die den Lernenden wichtige Aufgaben der Natur und insbesondere der Bäume und des Waldes vermitteln. Neben den oben beschriebenen mathematischen Kompetenzen und Leitideen, nehmen die Lernenden im Spiel daher unter anderem auch essentielle naturwissenschaftliche Erkenntnisse mit. Als Belohnung für richtig gelöste Aufgaben sammeln die Schüler\*innen Münzen.

Nach einem kleinen Einstieg und Input zur Photosynthese liegt der Fokus des Lernpfads auf der Mathematik (siehe Abbildung 5). Die Lernenden werden Schritt für Schritt an den zweiten Strahlensatz und das Försterdreieck herangeführt, bis sie schlussendlich mit einem selbstgebastelten Försterdreieck die Höhe eines Baumes bestimmen. Dabei erwartet die Schüler\*innen vielfältige mathematische Aufgaben sowie ein Erklärvideo



Abbildung 4: Zeitplan Lernpfad (Eigene Darstellung)



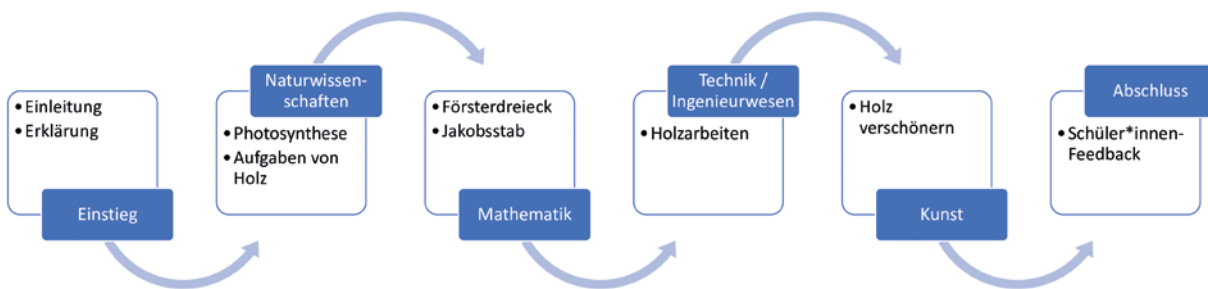


Abbildung 5: Aufbau Lernpfad (Eigene Darstellung)

zum Försterdreieck. Auch der Jakobsstab, der ebenso zur Längenbestimmung herangezogen werden kann, wird angesprochen und erläutert. In weiterer Folge werden die Fächer Technik, Ingenieurwesen und Kunst behandelt. Diese Teile wurden in der ersten Umsetzung noch nicht eingehend berücksichtigt.

Für die Umsetzung des mathematischen Teils des Lernpfads waren zirka 100 Minuten – zwei Unterrichtseinheiten mit je 50 Minuten – vorgesehen. Nach einer kurzen Einführung und Erläuterung seitens der Lehrperson luden alle Kinder die kostenfreie App herunter. Anschließend erhielten sie einen QR-Code, welcher direkt zum digitalen Lernpfad führte. Von diesem Moment an konnte jedes Kind den Lernpfad im eigenen Tempo durchlaufen. Ergebnisse der Erstumsetzung zeigten, dass die Lernenden den Lernpfad als sehr lehrreich und abwechslungsreich empfunden haben. Auch das Münzen-Belohnungssystem stieß auf positive Resonanz. Sowohl den Großteil der Theorieaufgaben als auch die praxisorientierte Höhenbemessung des Baumes konnten alle Lernenden meistern. Verbesserungspotential sahen die Lernenden vor allem bei der Erklärung zum Jakobsstab.

### Abgeleitete Design-Prinzipien

Basierend auf den Ergebnissen der Erstumsetzung und dem Feedback der Schüler\*innen können wir bislang drei zentrale Design-Prinzipien ableiten und damit den bisherigen Forschungsstand bekräftigen:

Design-Prinzip 1: Soll ein digitaler mathematischer Lernpfad (beziehungsweise in weiterer

Folge ein mathematisches Lernspiel) entworfen werden, spielt eine ansprechende Hintergrundgeschichte eine wichtige Rolle. Eine Spielidee oder Geschichte sollte den Rahmen vorgeben und das Interesse der Lernenden wecken (Meier & Seufert, 2003).

Design-Prinzip 2: Soll eine spielerische Aufbereitung im Mathematikunterricht verwendet werden, um den Schüler\*innen fachliche Inhalte zu vermitteln, ist darauf zu achten, dass ein hohes Maß an Selbständigkeit und Aktivität seitens der Kinder geboten wird. Ein Spiel ist eine Aktivität und sollte den Schüler\*innen die Möglichkeit geben, aktiv und eigenständig zu lernen (Abt, 1987).

Design-Prinzip 3: Sollen digitale Lernpfade und -spiele im Unterricht zum Einsatz kommen, sollten diese immer ein quantifizierbares Ergebnis oder Ziel, beispielsweise in Form von Münzen oder Punkten, haben. Dies kann helfen, die Motivation der Schüler\*innen zu steigern, und gibt ihnen die Möglichkeit sich nicht nur mit anderen zu vergleichen, sondern auch sich selbst herauszufordern und zu verbessern (Tekinbas & Zimmerman, 2003).

### Zusammenfassung

Von großer Bedeutung für die Erstellung eines digitalen Lernpfads beziehungsweise eines Lernspiels im Mathematikunterricht sind eine ansprechende Hintergrundgeschichte, Aufgaben und Lerninhalte, welche die Selbständigkeit und Aktivität der Kinder fördert sowie ein quantifizierbares Ergebnis oder Ziel (Abt, 1987; Meier & Seufert, 2003; Tekinbas & Zimmerman, 2003). Der vorgestellte digitale Lernpfad zur Höhen-

bestimmung mit Hilfe des Försterdreiecks gibt jedem Kind die Möglichkeit, im eigenen Tempo zu lernen. Zusammenfassend zeigt sich, dass derartige spielerische Aufbereitungen das Interesse der Kinder wecken und eine tolle methodische Alternative für den Mathematikunterricht sind.

## Fazit

Summa summarum demonstrieren sowohl der Lernpfad als auch das Krimidinner insbesondere folgende Aspekte: Zum ersten zeigen sie deutlich, dass spielerisches Lernen – ob *Game-based* oder *Gamified* – zur Motivation und zum Spaß an Mathematik beiträgt. Zum zweiten ermöglichen die Lerndesigns Lernenden, Mathematik als nicht nur von Rechenaufgaben geprägtes Fach wahrzunehmen. Zum dritten erwies sich die Aktivität der Lernenden bei beiden Lerndesigns als außerordentlich hoch. Sowohl Lernpfad als auch Krimidinner zeigen daher, dass Mathematikunterricht in unterschiedlichsten Formen sinnstiftend und motivationsfördernd bereichert werden kann.

## Literatur

- Abt, C. C. (1987). *Serious Games*. University Press of America.
- Artfabrik. (2022). *Almajuris Welt* (Version 1.1) [Mobile app]. App Store <https://apps.apple.com/at/app/almajuris-welt/id1601650552>
- Bakker, A. (2018). *Design research in education: A practical guide for early career researchers*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203701010>
- Becker, K. (2021). What's the difference between gamification, serious games, educational games, and game-based learning? *Academia Letters*, Article 209. <https://doi.org/10.20935/AL209>.
- Brückler, F. M. (2017). *Geschichte der Mathematik kompakt: Das Wichtigste aus Arithmetik, Geometrie, Algebra, Zahlentheorie und Logik*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-55352-7>
- Fasanelli, F., Arcavi, A., Bekken, O., Carvalho e Silva, J., Daniel, C., Furinghetti, F., Grugnetti, L., Hodgson, B., Jones, L., Kahane, J., Kronfellner, M., Lakoma, E., Van Maanen, J., Michel-Pajus, A., Millman, R., Nagaoka, R., Niss, M., Pitombeira de Carvalho, J., Silva da Silva, C. M., Smid, H. J., Thomaidis, Y., Tzanakis, C., Visokolskis, S., & Zhou Zhang, D. (2000). The political Context. In J. Fauvel, J. Van Maanen, (Hrsg.), *History in mathematics education: The ICMI Study*. NISS 6 (S. 1–38). Springer Spektrum, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/0-306-47220-1\\_1](https://doi.org/10.1007/0-306-47220-1_1)
- Feil, J., & Scattergood, M. (2005). *Beginning Game Level Design*. Thomson Course Technology.
- Felber, H., Sallaberger, W., Schmitt-Pantel, P. & Binder, G. (2006). *Gastmahl*. In *Der Neue Pauly*. [http://dx.doi.org/10.1163/1574-9347\\_dnp\\_e419290](http://dx.doi.org/10.1163/1574-9347_dnp_e419290)
- Flachsmeyer, J. (2009). Mathematikdidaktische Belange des Origami. *Mathematische Semesterberichte*, 56(2), 201–214. <https://doi.org/10.1007/s00591-009-0057-7>
- Heckmann, K. & Padberg, F. (2012). Zum Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. *Unterrichtsentwürfe Mathematik Sekundarstufe I*, 5–31. <https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2934-6>
- Kiryakova, G., Angelova, N., & Yordanova, L. (2014). Gamification in education. *Proceedings of 9th International Balkan Education and Science Conference*, Edirne, Türkei.
- Le, S., Weber, P. & Ebner, M. (2013). *Game-Based Learning. Spielend Lernen?* In M. Ebner & S. Schön (Hrsg.), *Lehrbuch für Lernen und Lehren mit Technologien* (2. Aufl., S. 267–276). Epubli.
- Feierabend, S., Rathgeb, T., Kheredmand, H., Glöcker, S. (2021). *JIM-Studie 2021. Jugend, Information, Multimedia. Basisuntersuchung zum Medienumgang 12- bis 19- Jähriger*. Medienpädagogischer Forschungsverbund Südwest.
- Meier, C. & Seufert, S. (2003). *Game-based Learning: Erfahrungen mit und Perspektiven für digitale Lernspiele in der betrieblichen Bildung*. In A. Hohenstein & K. Wilbers (Hrsg.), *Handbuch E-Learning* (S. 1–17). Fachverlag Deutscher Wirtschaftsdienst.
- Nicholson, S. (2015). A RECIPE for Meaningful Gamification. In T. Reiners, L. Wood (Hrsg.), *Gamification in Education and Business* (S. 1–20). Springer Spektrum. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-10208-5\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-10208-5_1)
- Otero, D. E. (2015). History Helps Math Make Sense. *Math Horizons* 22(4). <https://doi.org/10.4169/mathhorizons.22.4.34>
- Pedersen, R. E. (2003). *Game design foundations*. Wordware Publishing, Inc..

Rohlfes, J. (1999). Ein Herz für die Personengeschichte? Strukturen und Persönlichkeiten in Wissenschaft und Unterricht. *Geschichte in Wissenschaft und Unterricht* 50(5/6). 305–320.

Roth, J., & Wiesner, H. (2014). Lernpfade - Ein Weg zur selbständigen und sinnvollen Nutzung von digitalen Werkzeugen durch Schüler/innen. In J. Roth & J. Ames (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014* (S. 1003–1006). WTM-Verlag.

Schukajlow, S., Rakoczy, K. & Pekrun, R. (2023). Emotions and motivation in mathematics education: Where we are today and where we need to go. *ZDM Mathematics Education* 55. 249–267.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-022-01463-2>

Stuckenhoff, W. (1978). *Rollenspiel in Kindergarten und Schule: Eine Rollenspiel-Didaktik* (Neue Reihe Pädagogik). Ferdinand Schöningh Verlag.

Tang, S., Hanneghan, M., & El Rhalibi, A. (2009). Introduction to Games-Based Learning. In T. Connolly, M. Stansfield, & L. Boyle (Hrsg.), *Games-Based Learning Advancements for Multi-Sensory Human Computer Interfaces: Techniques and Effective Practices* (S. 1-17). IGI Global.  
<https://doi.org/10.4018/978-1-60566-360-9.ch001>

Tekinbas, K. S., & Zimmerman, E. (2003). *Rules of play: Game design fundamentals*. MIT press.

Tzanakis, C., Arcavi, A., Correia de Sa, C., Isoda, M., Lit, C., Niss, M., Pitombeira de Carvalho, J., Rodriguez, M., Siu, M. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: An analytic survey. In J. Fauvel, & J. Van Maanen, (Hrsg.), *History in mathematics education: The ICMI Study*. NISS 6 (S. 201–240). Springer Spektrum, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/0-306-47220-1\\_7](https://doi.org/10.1007/0-306-47220-1_7)

Vollrath, H. & Roth, J. (2012). *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe*. Springer Spektrum.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-8274-2855-4>

Wechselberger, U. (2009). Einige theoretische Überlegungen über das pädagogische Potenzial digitaler Lernspiele. In T. Bevc, & H. Zapf (Hrsg), *Wie wir spielen, was wir werden* (S. 95–111). UVK.

Weigand, H.-G., Filler, A., Hölzl, R., Kuntze, S., Ludwig, M., Roth, J., Schmidt-Thieme, B., & Wittmann, G. (2018). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I*. Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-56217-8>

Yakman, G. (2010). What is the point of STEAM?-A Brief Overview. *STEAM Education*.