

# Geometrie und Bewegung

Brigitta Békési

*Dieser Artikel untersucht die Durchführung von Mathematikaufgaben außerhalb des Klassenzimmers mit dem Ziel, das Lernen und die Motivation der Schüler\*innen zu verbessern. Zwei spezifische Aufgaben werden vorgestellt: die Konstruktion eines riesigen Koordinatensystems im Eingangsbereich der Schule und der Bau einer geodätischen Kuppel. Diese Aufgaben fördern kooperatives Lernen, Kreativität und sozialen Konstruktivismus. Die Ergebnisse zeigen, dass Schüler\*innen und angehende Lehrer\*innen positiv auf die Aufgaben reagierten und die Vorteile von Outdoor-Unterrichten und vom kooperativen Lernen hervorheben.*

**Schlagwörter:** Outdoor, Geometrie, kooperativ, sozialer Konstruktivismus, Kreativität, Affect.

## Einführung

Mathematik gilt als schwieriges Fach und viele Schüler\*innen behaupten, es sei langweilig und repetitiv. Daher ist es wichtig, Aufgaben zu gestalten, die für Schüler\*innen interessant sind und für Lehrer\*innen im Hinblick auf ihren Unterricht nützlich sind. Dies war die Motivation für die Gestaltung der in den späteren Abschnitten detailliert dargestellten Aufgaben. Die Aufgaben wurden von angehenden Lehrer\*innen während STEAM-Bildungsworkshops positiv aufgenommen, und ihre positiven Reaktionen führten zur Umsetzung dieser Aufgaben in ihren eigenen Klassenzimmern. STEAM ist die englische Übersetzung von MINT. Es handelt sich um einen fächerübergreifenden Ansatz im Unterricht, der darauf abzielt, den Schüler\*innen Anwendungsbereiche aufzuzeigen, damit sie den Sinn des Gelernten erkennen und motivierter sind. Der Buchstabe 'A' steht für Kunst und ergänzt das Konzept, indem er einen weiteren Bereich hinzufügt, in dem Mathematik erkannt und angewendet werden kann. In den folgenden Abschnitten werden die Theorien, die den Aufgaben zugrunde liegen, eine Beschreibung der Aufgaben selbst, unsere Ergebnisse und das Feedback von Schüler\*innen und angehenden Lehrer\*innen diskutiert.

## Theoretischer Rahmen

Die vorgestellten Aufgaben wurden auf der Grundlage von drei Theorien entworfen. Die erste betrifft Lernumgebungen: Liljedahl und Zager (2021) haben gezeigt, dass das Lernen außerhalb des traditionellen Klassenzimmers die Lernergebnisse der Schüler\*innen verbessert. Darüber hinaus ermöglicht die Änderung der sozialen Form, d.h. die Arbeit in Teams, Zusammenarbeit und freie Kommunikation zwischen den Schüler\*innen, was ebenfalls förderlich für das Lernen zu sein scheint. Weiterhin haben Cahyono und Ludwig festgestellt, dass Outdoor-STEAM-Aufgaben besonders förderlich für das Lernen sind, da sie auf realen Problemen und Kreativität aufbauen (Cahyono & Ludwig, 2019). Kreativität, die Schaffung und Konstruktion eines Artefakts, Wissens oder eines sozialen Netzwerks sowie deren Auswirkungen auf das Lernen wurden vom Konstruktivismus und sozialen Konstruktivismus untersucht (Papert & Harel, 1991). Eine Fortsetzung der konstruktivistischen Bewegung war die Forschung zum Affect, d.h. wie der emotionale Zustand die Fähigkeit der Schüler\*innen zum Lernen beeinflusst. Picard behauptete, dass positive Emotionen das Interesse erhöhen und Schüler\*innen motivieren und somit das Lernen verbessern (Picard et al., 2004). Diese drei Aspekte interagieren miteinander und tragen zum Lerneffekt bei. Im folgenden Abschnitt werden wir die Aufgaben, die Aufgabenstellung, die notwendigen Vorbereitungen, den mathematischen Inhalt und die Durchführung der Aufgaben beschreiben.

## Aufgabenbeschreibung

Im Folgenden werden zwei Aufgaben vorgestellt. Die erste besteht darin, ein Koordinatensystem auf dem mit quadratischen Fliesen bedeckten Boden des Eingangsbereichs des Schulgebäudes zu konstruieren, die zweite besteht darin, eine geodätische Kuppel zu bauen.

### Riesiges Koordinatensystem

Das Ziel dieser Aufgabe ist es, Punkte in einem Koordinatensystem zu markieren und ihre Koordinaten zu definieren. Die Aufgabe wurde als Klassenprojekt in zwei aufeinanderfolgenden Jahren in zwei 5. Klassen durchgeführt. Drei oder vier Schüler\*innen bildeten eine Gruppe. Am Koordinatensystem arbeiteten aber nie mehrere Gruppen gleichzeitig. Sie erhielten die Koordinaten der Punkte, die sie mit Malerband auf den Boden kleben mussten. In der Zwischenzeit hatte der Rest der Schüler\*innen eine andere Aufgabe und war im Klassenzimmer. Die ersten beiden Gruppen konstruierten die Achsen, dies war allen Schüler\*innen bekannt. Später musste jede Gruppe einige Punkte markieren und verbinden. Sie konnten sehen, was bereits getan wurde, den Rest konnten sie nur erraten. Sie wussten daher nicht woran sie arbeiteten. Erst als alle Gruppen die Aufgabe abgeschlossen hatten, wurde das gesamte Bild sichtbar. Wir konstruierten ein Bild eines kleinen Hauses mit Tür, Fenster und Kamin zum Schluss. Die Aufgabe erfordert wenig Vorbereitung und kann während einer regulären Unterrichtsstunde durchgeführt werden.



Abbildung 1: Die  $y$ -Achse entsteht

### Geodätische Kuppel

Diese Aufgabe war Teil eines größeren Projekts, das sich um den Mars drehte und die Vor- und Nachteile des Niederlassens auf dem Mars diskutierte. Die Beschreibung des gesamten Projekts sprengt den Rahmen dieses Papiers. Wir werden uns nur auf den Bau einer geodätischen Kuppel



Abbildung 2: Das Team



Abbildung 3: Das fertige Haus mit dem Koordinatensystem

und den damit verbundenen mathematischen Inhalt konzentrieren. Die Aufgabe wurde von zwei 7. Klassen durchgeführt. Die Idee war, ein Haus zu bauen, das einfach zu bauen und sehr stabil ist, und starkem Wind standhält. Eine geodätische Kuppel hat diese Eigenschaften, wie die Schüler\*innen bei der Arbeit am Mars-Projekt herausfanden. Eine geodätische Kuppel ist eine Kuppel aus gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecken. Um das Modell zu bauen, mussten wir Zeitungsbögen zu Stäben rollen, wie auf den Bildern zu sehen ist. Um sich auf die Aufgabe vorzubereiten, sammelten wir Zeitungen und Klebeband. Wir verwendeten Anleitungen, die im Internet gefunden wurden (Activity: Geodesic Dome Handout, 2023). Für die Konstruktion der

Kuppel wird ungefähr eine Doppelstunde benötigt. Vor allem die Vorbereitungen und das Rollen der 65 Stäbe aus Zeitungspapier braucht Zeit. Es ist hilfreich, eine Schülerin oder einen Schüler auszuwählen, die oder der für diese Phase verantwortlich ist, die Stäbe in zwei Gruppen je nach Länge sortiert und zählt.



Abbildung 4: Die ersten Schritte

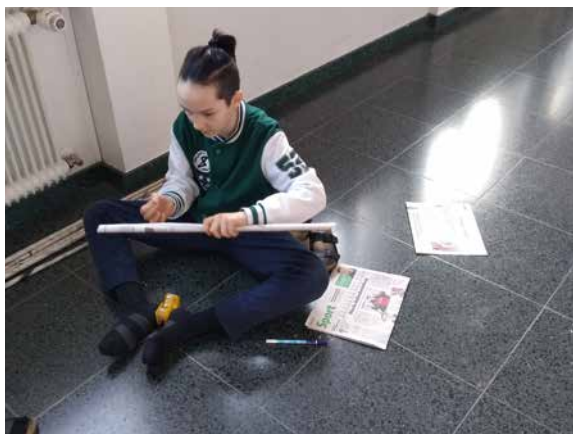


Abbildung 5: Die Papierröhrchen werden gerollt

Grundsätzlich arbeiteten die Schüler\*innen aber allein. Sie organisierten kleinere Gruppen, wobei eine Schülerin oder ein Schüler den Vorgang und die Bauanweisungen beobachtete und der Klasse in jeder Phase erklärte, was zu tun war. Die Bauzeit betrug etwa 40 Minuten. Wichtig ist, dass die Lehrperson die Anweisungen gut vorbereitet. Dies beinhaltet die genaue Erklärung, was zu tun ist. Damit die Schüler\*innen die Aufgabe als sinnvoll erleben, muss auch die Vermittlung des

mathematischen Hintergrunds und Rahmens erfolgen. Wir arbeiteten an skalierten Zeichnungen, konstruierten Dreiecke und bestimmten die Fläche von Dreiecken und versuchten herauszufinden, wie sich die Fläche ändert, wenn wir etwas mit einem bestimmten Faktor verkleinern oder vergrößern. Zuerst entschieden wir uns, die Dreiecke um den Faktor 10 zu verkleinern. Als nächstes konnten wir nach dem Konstruieren der Dreiecke die Höhen messen, um die Fläche zu berechnen. Mit diesem Ergebnis konnten wir die Oberfläche der echten Kuppel berechnen, die wir bauen wollten. Wir diskutierten auch, warum wir mehr Material bestellen müssen, um die Kuppel zu bedecken als berechnet wurde und versuchten, eine Schätzung abzugeben.



Abbildung 6: Bauphase

## Ergebnisse

Um herauszufinden, wie die Schüler\*innen über die Aufgaben und deren Auswirkungen auf ihr Lernen denken, haben wir ihnen einen Fragebogen zu den Aufgaben ausgegeben, den sie beantworten mussten. Wir stellten fest, dass die Schüler\*innen beide Aufgaben genossen haben und erkannten, welche mathematischen Inhalte vermittelt wurden. Sie waren sich jedoch nicht sicher, ob sie dank des Projekts mehr gelernt haben. Was sie wirklich mochten, war, dass sie in Gruppen arbeiten konnten. Die in der Klasse geführte Diskussion über die Oberfläche und das Volumen der geodätischen Kuppel fanden wir





Abbildung 7: Die fertige Kuppel



Abbildung 8: Etwas eng, aber viele passen unter die Kuppel

sehr interessant. Mit Hilfe von maßstabsgetreuen Zeichnungen konnten wir die Oberfläche berechnen. Das Volumen zu finden ist ein komplexeres Problem. Die Schüler\*innen hatten folgende Vorschläge:

- Da wir die Kuppel bereits gebaut haben, könnten wir so viele Würfel wie möglich hineinlegen und das Volumen schätzen. Dieser Vorschlag weist in Richtung einer niedrigeren Summe bei der Berechnung eines Integrals.
- Eine andere Idee war, die Kuppel mit Wasser zu füllen und das Volumen des Wassers zu messen.
- Der dritte Vorschlag war, die Kuppel zu verkleinern, aus Holz herzustellen, zu wiegen und ihr Volumen zu berechnen, und dann Proportionen zu verwenden, um das Volumen der eigentlichen Kuppel zu bestimmen.

Wir sind stolz darauf, festzustellen, dass die Schüler\*innen in unserer Klasse die Art des Denkens demonstriert haben, die von Liljedahl und Zager (2021) beschrieben wurde. Indem wir ihnen ein Problem präsentierten, das ihr Interesse weckte, haben wir erfolgreich eine motivierende Lernumgebung geschaffen. Die gleichen Aufgaben wurden in zwei Workshops auch angehenden Lehrer\*innen vorgestellt. In einem der Workshops haben wir eine geodätische Kuppel gebaut und die möglichen mathematischen Probleme diskutiert, die man mit Schüler\*innen besprechen

könnte. Basierend auf dem Feedback, das wir von den angehenden Lehrer\*innen erhalten haben und unseren eigenen Beobachtungen war es offensichtlich, dass sie die Aufgabe genossen haben. Besonders deshalb, weil sie sich in Bewegung und handlungsorientiertem Lernen engagieren konnten. Es fehlen jedoch Informationen darüber, ob diese angehenden Lehrer\*innen die Aufgabe in ihrer eigenen Unterrichtspraxis umgesetzt haben. Interessanterweise war die Aufgabe mit dem Riesenkoordinatensystem bei den angehenden Lehrer\*innen beliebter, und viele von ihnen haben es tatsächlich in ihren Unterricht integriert. Dies legt nahe, dass die Aufgabe bei ihnen gut ankam und sie ihren Wert erkannten.

## Diskussion

Unsere Ergebnisse stimmen mit der Forschung von Liljedahl und Zager (2021) überein. Wir konnten weitere Beweise dafür finden, dass Bewegung und Problemlösung außerhalb des Klassenzimmers eine motivierende Wirkung haben und das Lernen verbessern können. Wir haben auch festgestellt, dass STEAM-Probleme gute Möglichkeiten bieten, den Schüler\*innen sinnvolle Aufgaben aus dem realen Leben zu stellen. Es könnte eine interessante Frage für weitere Forschungen sein, warum angehende Lehrer\*innen eine Aufgabe umsetzen und eine andere nicht und wie sie Aufgaben auswählen, die sie verwenden möchten.

## Schlussfolgerung

Die Ergebnisse unserer Studie, zusammen mit der vorhandenen Literatur, betonen die Bedeutung von Aufgaben, die aktive Teilnahme, kreatives Denken und Teamarbeit fördern. Indem wir eine Lernumgebung schaffen, die diese Elemente integriert, können wir die Lernerfahrungen der Schüler\*innen verbessern. Es ist auch entscheidend, Aufgaben zu entwickeln, die nicht nur für Schüler\*innen ansprechend sind, sondern auch für Lehrer\*innen leicht anwendbar sind und letztendlich zu verbesserten Lernergebnissen führen. Angehende und aktive Lehrer\*innen müssen ermutigt werden, innovative Lehrmethoden anzuwenden, auch wenn sie diese aus ihrer eigenen Schullaufbahn oder Lehrer\*innenausbildung nicht kennen.

### Literatur

Activity: Geodesic Dome Handout. (2023, May 2). [https://www.pbs.org/wgbh/buildingbig/educator/act\\_geodesic\\_ho.html](https://www.pbs.org/wgbh/buildingbig/educator/act_geodesic_ho.html)

Cahyono, A. N., & Ludwig, M. (2019). Teaching and Learning Mathematics around the City Supported by the Use of Digital Technology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(1), em1654. <https://doi.org/10.29333/ejmste/99514>

Liljedahl, P., & Zager, T. (2021). Building thinking classrooms in mathematics: 14 teaching practices for enhancing learning: Grades K-12. Corwin Mathematics. Corwin.

Papert, S., & Harel, I. (1991). Situating constructionism. *Constructionism*, 36(2), 1-11.

Picard, R. W., Papert, S, Bender, W., Blumberg, B., Breazeal, C., Cavallo, D., Machover, T., Resnick, M., Roy, D., & Strohecker, C. (2004). Affective Learning - A Manifesto. *BT Technology Journal*, 22(4), 253-269. <https://doi.org/10.1023/B:BTTJ.0000047603.37042.33>